

SEGUNDO DE BACHILLERATO CIENCIAS SOCIALES. PROBLEMAS DE ESTADÍSTICA

1. Una variable aleatoria X se distribuye normal $N(120,30)$. ¿Qué se puede afirmar de la distribución de las medias de las muestras de tamaño n :
 - a) Si $n=36$ b) Si $n=16$
2. Una variable aleatoria se distribuye $N(\mu, \sigma)$. Si se extraen muestras de tamaño n :
 - a) ¿Qué distribución tiene la variable aleatoria media muestral ?
 - b) Si se toman muestras de tamaño $n=4$ de una variable aleatoria X con distribución $N(165,12)$, calcula $P(\bar{X} > 173, 7)$
3. En una distribución $N(20,6)$ tomamos muestras de tamaño 64.
 - a) ¿Cuál es la distribución de las medias de las muestras?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de extraer una muestra cuya media esté comprendida entre 19 y 21?
4. El tiempo de espera, en minutos, de los pacientes en un servicio de urgencias, es $N(14,4)$.
 - a) ¿Cómo se distribuye el tiempo medio de espera de 16 pacientes?
 - b) En una media jornada se ha atendido a 16 pacientes. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de su espera esté comprendido entre 10 y 15 minutos?
5. En una ciudad la altura de sus habitantes tiene una desviación típica de 8 cm. Si la altura media de dichos habitantes fuera de 175, ¿cuál sería la la probabilidad de que la altura media de una muestra de 100 individuos tomada al azar fuera superior a 176 cm?
6. El peso de los paquetes recibidos en un almacén se distribuye normal con media 300 kg y desviación típica 50 kg. ¿Cuál es la probabilidad de que 25 de los paquetes, elegidos al azar, excedan el límite de carga del montacargas donde se van a meter, que es de 8200 kg?
7. El peso de los perros adultos de una cierta raza es una variable aleatoria que se distribuye normalmente con una media de 7,4 kg y una desviación típica de 0,6 kg. Si consideramos muestras de 30 de estos animales:
 - a) ¿Cuál es la distribución de la media muestral, \bar{X} ?
 - b) b) Calcula $P(6,5 < \bar{X} < 7,5)$
 - c) ¿Cuál es la distribución de la suma de los pesos de los 30 animales de las muestras?

- d) Calcula la probabilidad de que la suma de los pesos de los 30 animales de la muestra sea superior a 225.
8. Se supone que el peso de las sandías de cierta variedad sigue una distribución normal con media 6 kg y desviación típica 1 kg. Si empaquetamos las sandías en cajas de 8 unidades:
- a) Halla la probabilidad de que la media de los pesos de las sandías de una caja sea menor que 5,5 kg.
- b) Calcula la probabilidad de que entre las 8 sandías de una de las cajas pesen más de 50 kg.
9. Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 individuos a los que se ha medido el nivel de glucosa en sangre, obteniéndose una media muestral de $110\text{mg}/\text{cm}^3$. Se sabe que la desviación típica de la población es de $20\text{mg}/\text{cm}^3$.
- a) Obtén un intervalo de confianza, al 90 %, para el nivel de glucosa en sangre en la población.
- b) ¿Qué error máximo se comete en a)?
10. La duración de las bombillas fabricadas por una empresa sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 50 horas. Para estimar la duración, se experimenta con una muestra de tamaño n . Calcula el valor de n para que, con un nivel de confianza del 95 %, se consiga un error en la estimación inferior a 5 horas.
11. La media de las estaturas de una muestra aleatoria de 400 personas de una ciudad es de 1,75 m. Se sabe que la estatura de las personas de esa ciudad es una variable aleatoria que sigue una distribución normal con varianza $0,16\text{ m}^2$.
- a) Construye un intervalo, de un 95 % de confianza, para la media de las estaturas de la población:
- b) ¿Cuál sería el mínimo tamaño muestral necesario para que pueda decirse que la verdadera media de las estaturas está a menos de 2cm de la media muestral, con una confianza del 90 %?
12. Las medias de los diámetros de una muestra al azar de 200 cojinetes de bolas dieron una media de 2cm y una desviación típica de 0,1cm. Halla los intervalos de confianza del 68,26 %, 95,44 % y 99,73 % para el diámetro medio de todos los cojinetes.
13. El peso, en kg, de los jóvenes entre 16 y 20 años de una cierta ciudad es una variable aleatoria, X , que sigue una distribución normal con varianza 25.
- a) Si consideramos muestras de 25 jóvenes, ¿cuál es la distribución que tiene la variable aleatoria media muestral?

- b) Si se desea que la media de la muestra no difiera en más de 1 kg de la media de la población, con probabilidad 0,95, ¿cuántos jóvenes se deberían tomar en la muestra?
14. Si el consumo, en litros, de leche por persona al mes sigue una distribución normal con desviación típica igual a 6 litros:
- a) ¿Qué tamaño muestral se necesita para estimar el consumo medio con un error menor que un litro y un nivel de confianza del 96 %?
- b) Si la media del consumo mensual de leche por persona fuese igual a 21 litros, halla la probabilidad de que la media de una muestra de 16 personas sea mayor que 22 litros.
15. En una muestra de 64 turismos de gasolina, se observó que el consumo medio fue de 9,36 litros cada 100 km con una desviación típica de 1,4 litros.
- a) Obtén un intervalo de confianza del consumo medio en los turismos de gasolina al 96 %.
- b) ¿De qué tamaño debería ser la muestra si, con la misma confianza, queremos que el error máximo cometido en la estimación sea 0,25 litros?
16. El número de pulsaciones por minuto en reposo de los habitantes de una región sigue una variable $N(\mu, 10)$. Se toma una muestra de 121 habitantes y se obtiene un número medio de pulsaciones por minuto igual a 70.
- a) Halla un intervalo de confianza μ para con $\alpha = 0,02$
- b) Con la anterior muestra, ¿cuánto valdría α para estimar μ con un error inferior a 2 pulsaciones por minuto?

Estimación de la media por intervalos de confianza

- El peso de los peces adultos que se crían en una piscifactoría sigue una distribución normal con desviación típica 9 g. Los pesos, en gramos, de una muestra aleatoria de nueve peces adultos de esa piscifactoría son: 310, 311, 309, 295, 280, 294, 303, 305, 293. Determina el intervalo de confianza, al 95 %, para el peso medio de los peces adultos de esa piscifactoría.
- Se quiere conocer la permanencia media de los pacientes en un hospital con el fin de estudiar una posible ampliación. Se tienen datos referidos a la estancia, expresada en días, de 800 pacientes, obteniéndose los siguientes resultados: $\bar{x} = 8,1$ días $s^2 = 9$. Obtén el intervalo de confianza al 95 % para la estancia media.
- La media de los diámetros de una muestra aleatoria de 200 bolas de rodamiento fabricadas por cierta máquina fue de 0,824 cm y la desviación típica fue de 0,042 cm. Halla los límites de confianza al 95 % para el diámetro medio de las bolas fabricadas por esa máquina.

4. En una gran empresa, la varianza del número de horas no trabajadas al año por un trabajador es 16. Calcula, con un nivel de confianza del 95 %, el intervalo para la media del número de horas no trabajadas al año por un empleado, sabiendo que de una muestra de 100 trabajadores se ha obtenido una media de 12 horas no trabajadas al año.
5. La cantidad de hemoglobina en la sangre humana sigue una distribución normal con desviación típica de 2 g/dL. Averigua el nivel de confianza de una muestra de 12 extracciones de sangre que indique que la media poblacional de hemoglobina en sangre está comprendida entre 13 g/dL y 15 g/dL.

Estimación de la proporción por intervalos de confianza

1. Se selecciona aleatoriamente una muestra de 600 personas de una ciudad y se les pregunta si consideran que el tráfico es aceptablemente fluido. Responden afirmativamente 250 personas. ¿Cuál es el intervalo de confianza de la proporción de ciudadanos de esa ciudad que consideran aceptable la fluidez del tráfico, con un nivel de confianza del 90 %?
2. Se ha preguntado a 100 personas de cierta ciudad si leen el periódico al menos una vez a la semana y 40 han contestado que sí. Halla el intervalo de confianza, al 99 %, para la proporción de personas de esa ciudad que leen el periódico al menos una vez a la semana.
3. En un país se selecciona aleatoriamente una muestra de 900 personas. A la salida de los colegios electorales se les preguntó si habían votado al partido político X y 289 contestaron que sí. Halla el intervalo que nos proporcione el porcentaje de votos del partido X con un nivel de confianza del 95 %.
4. Se ha aplicado un medicamento a una muestra de 200 enfermos y se ha observado una respuesta positiva en 140 de ellos. Estima, mediante el intervalo de confianza al 99 %, la proporción de enfermos que responderían positivamente si este medicamento se aplicase a la población de la que se ha extraído la muestra.
5. De una muestra de 90 estudiantes de un centro escolar se encontró que un tercio habla inglés. Halla, con un nivel de confianza del 97 %, el intervalo de confianza para estimar la proporción de estudiantes de ese centro escolar que hablan inglés.

Tamaño de la muestra y error máximo

1. El peso de los estudiantes varones de un centro escolar sigue una distribución normal de media μ y desviación típica 8 kg. ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener una muestra que permita estimar μ con un error máximo de 3 kg y un nivel de confianza del 99 %?

2. El período de funcionamiento de las bombillas de una determinada marca sigue una distribución normal de media 360 días y desviación típica 40 días. Queremos elegir una muestra cuyo período medio de funcionamiento sea superior a 330 días, con probabilidad de 0,97. Calcula el tamaño mínimo de la muestra que hay que elegir.
3. Se desea estimar, con un error máximo de 0,2 h, el tiempo medio diario de estudio de los alumnos de un curso universitario. Si se sabe que la desviación típica es de una hora, calcula el número de individuos que deberá tener una muestra para asegurarnos una confianza del 99 %.
4. El número medio de veces que una persona de una determinada ciudad utiliza mensualmente el transporte público tiene una desviación típica igual a 20. Determina el número mínimo de personas que se deben elegir para obtener un intervalo en el que esté la media con un nivel de confianza del 95 % y con una amplitud no mayor que 2,8.
5. El peso de los niños varones a las 10 semanas de vida se distribuye según una normal con desviación típica de 87 g. ¿Cuántos datos son suficientes para estimar, con una confianza del 95 %, el peso medio de esa población con un error no superior a 15 g?
6. En una determinada Comunidad Autónoma, se sabe que la desviación típica del número de días que dura un contrato temporal es de 57 días. Indica el número mínimo de contratos en los que se ha de comprobar la duración para que el intervalo de confianza que da la duración media de un contrato de ese tipo, con un nivel de confianza del 95 %, tenga una amplitud que no sea mayor de 10 días.
7. En una población, por cada persona que fuma, cuatro no lo hacen. Calcula el tamaño mínimo que debe tener una muestra de dicha población para que, con un nivel de confianza del 95 %, la proporción muestral y la poblacional no difieran en más de 0,04.